

ANALYSE PROBABILISTE DE LA CAPACITE PORTANTE D'UN PIEU ISOLE

S. BELKACEMI, Maître de conférence
L. ROUASKI, post-graduant

Smain Belkacemi
Laboratoire construction et environnement, Département de Génie Civil
Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, BP. 182, El Harrach, 16200 Alger, Algérie
E-mail : Smainbelkacemi@yahoo.com
E-mail : Lrouaski@yahoo.fr
Tél. +213.21.52.53.01
Fax. +213.21.52.29.73

Mots clés:

Pieu foré, Incertitude, Facteur de sécurité, Fiabilité, Probabilité de rupture

Résumé: Traditionnellement, la sécurité des fondations profondes ou pieu est assurée par l'utilisation des facteurs de sécurité. Cependant, dans l'approche traditionnelle de conception des fondations profondes, les effets des incertitudes associées aux paramètres de conception sur la sécurité ne sont pas quantifiables. Une méthode alternative consiste à calculer un indice de fiabilité qui dépend non seulement des valeurs moyennes des paramètres mais également de leurs incertitudes associées. Dans ce travail, l'analyse de fiabilité des fondations profondes est effectuée en utilisant les méthodes - FOSM, FORM, SORM et la technique de simulation de Monte Carlo. L'analyse est faite dans le cas d'un pieu isolé foré dans un sol bicouche en utilisant divers types de distributions des paramètres. Cette étude nous a permis de mieux apprécier les effets des incertitudes de paramètres et de cerner un ensemble de paramètres à forte incidence.

1. INTRODUCTION

L'incertitude est un fait de la vie dans la pratique géotechnique. La nature dans sa complexité offre des formes de profils de sol souvent très différentes de ceux assumés lors de l'analyse et la conception. Les charges et les conditions environnementales défient de même les prévisions les plus précises. Les sondages limités, les erreurs de mesures et les variétés des procédures d'analyse compliquent d'avantages la tâche de l'ingénieur.

La conception d'une fondation a comme pour objectif principal un comportement satisfaisant sous des conditions de chargement réglementaires, toute en gardant à l'esprit la nécessité de satisfaire un double impératif de sécurité et d'économie. Il est bien évident qu'un comportement dommageable reste possible sous des conditions particulières.

Confronté aux critères potentiellement contradictoires de comportement défavorable et des contraintes économiques, l'ingénieur établit un niveau raisonnable de sécurité à travers des résultats empiriques et son expérience personnelle. La question qui vient systématiquement à l'esprit est comment évaluer le niveau de sécurité qui peut être considérée comme acceptable ? Un concepteur expérimenté peut intuitivement apprécier l'effet, sur les performances de fondation, des facteurs tels que les variations des charges, les variations des résistances, les erreurs de modèles, les erreurs d'exécution ou des travaux mal dirigés, et les conditions de site imprévues.

Dans la pratique traditionnelle de conception, une appréciation globale de ces divers facteurs est généralement faite par l'utilisation du facteur de sécurité. Le facteur de sécurité est essentiellement fondé sur l'expérience acquise sur des projets similaires. Une telle appréciation du niveau de sécurité dépend fortement du cadre de l'analyse, et ne fait aucune distinction entre les incertitudes de modèle et les incertitudes de paramètres. La variation du niveau de sécurité résultant de nouvelles conditions ou progrès dans l'état de l'art ne peut pas être justifiée par la pratique traditionnelle.

Dans l'approche probabiliste, une appréciation du risque peut être obtenue en incorporant les diverses incertitudes dans une formulation mathématique du risque. Dans cette approche les quantités incertaines sont modélisées par des variables aléatoires, tandis que le risque est évalué sous forme d'une probabilité de rupture. L'idée d'utiliser la probabilité de rupture comme critère dans la conception des structures remonte aux années 1920, et elle est généralement créditée aux Russes Khostsilov et Streletskii. Freudenthal l'a présenté en 1947 aux Etats-Unis (NCHRP report N° 507, 2004). En géotechnique, l'analyse de fiabilité consiste à déterminer la fiabilité ou la probabilité de rupture d'une structure, d'un sol ou d'un massif rocheux. La difficulté du calcul de cette probabilité a conduit au développement de différentes méthodes d'approximation.

2. L'APPROCHE PROBABILISTE

Dans l'approche probabiliste, les incertitudes sur la charge S et sur la résistance R sont explicitement considérées. La probabilité que la charge excède la résistance est donnée par

$$P[S > R] = P[R \leq S] = P[R - S \leq 0] = P[g(x) \leq 0] \quad (1)$$

Où $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ dénote l'ensemble des variables aléatoires, et $g(x)$ représente la fonction d'état limite.

Quand on dispose d'une expression pour décrire l'état limite – tel que la capacité portante ou le tassement, qui permet d'exprimer une marge de sécurité, la probabilité de rupture est la probabilité que cette marge soit inférieure à zéro ou à une valeur choisie.

Un problème fondamental de la théorie de fiabilité est relatif au calcul de l'intégrale multiple de probabilité pour estimer la probabilité de rupture P_f :

$$P_f = P[g(X) \leq 0] = \int_{g(X) \leq 0} f(x) dx \quad (2)$$

Où $f(x)$ représente la fonction de densité de probabilité conjointe de x .

Dans le cas spécial des fonctions simples, où une expression analytique de la fonction de densité de probabilité conjointe de la fonction d'état limite $g(x)$ est donnée, les méthodes analytiques sont utilisables ; toutefois dans les cas pratiques où les densités de probabilité conjointe ne sont pas gaussiennes et que la fonction de base n'est pas linéaire, la détermination de la valeur exacte de P_f par des méthodes analytiques est impossible. Cette difficulté a conduit au développement de différentes méthodes d'approximation. La méthode First Order Second Moment (FOSM), First-and- Second Order Reliability Methods (FORM et SORM), et la technique de simulation de Monte Carlo (SMC) sont utilisées dans cette étude. Des descriptions détaillées de ces méthodes sont fournies par Melchers (1999) et Haldar et al (2000).

3. CAPACITÉ PORTANTE D'UN PIEU ISOLÉ

La capacité portante d'un pieu foré isolé Q_u , est donnée par (UASCE 1992)

$$Q_u \approx \sum_{i=1}^n Q_{ui} + q_{pu} A_p - W_p \quad (3)$$

Où Q_u est la capacité portante ultime du pieu, q_{pu} la contrainte ultime en pointe du pieu, A_p l'aire de la section droite du pieu, n est le nombre d'éléments du pieu, W_p est le poids du pieu, Q_{ui} est la charge verticale limite résultante du frottement latéral au niveau de l'élément i du pieu, et elle est donnée par

$$Q_{ui} = A_{si} f_{si} \quad (4)$$

Où A_{si} est la surface latérale de l'élément i du pieu ; f_{si} est le frottement pieu-sol au niveau de l'élément i du pieu, et il est donné pour un sol cohésif par

$$f_{si} = \alpha C_u \quad (5)$$

et pour un sol non cohésif par

$$f_{si} = \beta_f \sigma'_i \quad (6)$$

Où α est le facteur d'adhérence, C_u est la cohésion non drainée, β_f est le facteur de la pression latérale des terres et de l'angle de frottement interne du sol, et σ'_i est la contrainte effective dans le sol au niveau de l'élément i du pieu.

La contrainte ultime en pointe du pieu est donnée par

$$q_{pu} = CN_p \xi_{cp} + \sigma'_L N_{qp} \xi_{qp} \quad (7)$$

Où C est le terme de cohésion du sol au dessous de la base, σ'_L est la contrainte verticale effective à la base du pieu, N_{cp} et N_{qp} sont les facteurs de capacité portante donnés respectivement par les équations 8 et 9.

$$N_{cp} = (N_{\phi} - 1) \cot \phi \quad (8)$$

$$N_{qp} = (1 + \tan \phi) e^{\tan \phi} \tan^2 \left[45 + \frac{\phi}{2} \right] \quad (9)$$

ξ_{cp} et ξ_{qp} sont les facteurs correcteurs donnés respectivement par les équations 10 et 11.

$$\xi_{cp} = 1 \quad (10)$$

$$\xi_{qp} = \frac{1 + 2(1 - \sin \phi)}{3} \quad (11)$$

4. CONCEPT D'INCERTITUDE EN GÉOTECHNIQUE

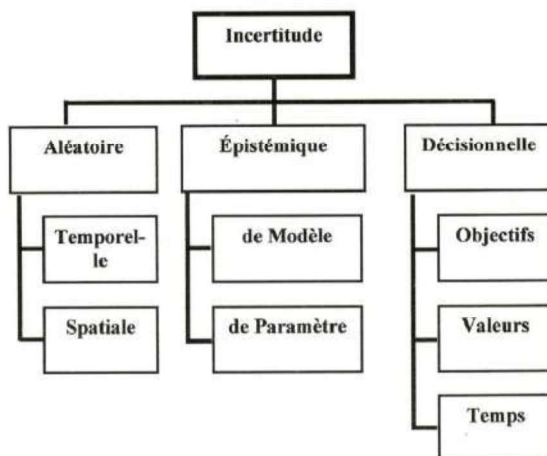
Le sol est un matériau discontinu, hétérogène, anisotrope et non conservatif, que l'on définit par un ensemble de caractéristiques physico-mécaniques (poids volumique, module élastique, paramètres de résistances, etc...). Du fait de la nature particulière du matériau sol, ainsi que de l'histoire des contraintes et des conditions géologiques, cet ensemble de caractéristiques physico-mécanique diffère d'un point à un autre dans la masse sol. Une caractérisation complète d'un site, aux erreurs et incertitudes de mesure près, requiert la quantification de l'ensemble des caractéristiques physico-mécaniques en tout point de la masse sol. L'impossibilité technique et pratique de caractériser de façon complète un site, impose à considérer les valeurs de l'ensemble des caractéristiques physico-mécanique en n'importe quel point de la masse sol comme contestables. En géotechnique, et comme première approximation

les incertitudes proviennent de trois sources :

- 1) Une conjecture d'aspect aléatoire inhérent à certaines caractéristiques des milieux ou systèmes étudiés;
- 2) Une imperfection des méthodes d'estimation du caractère aléatoire et plus généralement des modèles utilisés pour l'analyse des systèmes étudiés;
- 3) Une incapacité de connaître l'objectif social et l'aversion sociale pour le risque.

Dans la plupart des applications, l'influence de ce dernier type d'incertitude n'est pas considérée (Baecher et al ;2003).

Figure 1 : Type d'incertitudes (Baecher et al. 2003).



La figure 1 présente schématiquement ces différents types d'incertitudes.

Dans cette étude seul le premier type d'incertitude est considéré. Le tableau 1 synthétise la variabilité naturelle de quelques propriétés du sol.

Tableau 1 :

Variabilité naturelle des propriétés du sol

Propriétés	Type de sol	Cov (%)	Référence
Angle de frottement effectif, θ'	Argile & Sable	5 - 15	Kulhawy et al (2002)
Angle de frottement, θ	-	5 - 25	Becker (1996)
	Argile	12 - 50	Becher (2003)
	Sable	2 - 5	Becher (2003)
Résistance non drainée, C_u	Argile, UC	22 - 55	Kulhawy et al (2002)
	Argile, UU	10 - 30	Kulhawy et al (2002)
	Argile, CIUC	20 - 40	Kulhawy et al (2002)
	Argile	20 - 50	Becher (2003)
	Sable	25 - 30	Becher (2003)
	-	13 - 40	Duncan (2000)
Poids volumique γ , γ_d	Argile & silt	< 10	Kulhawy et al (2002)
Poids volumique déjaugé, γ_s	-	0 - 10	Duncan (2000)

UC: unconfined compression test; UU: unconsolidated-undrained triaxial compression test; CIUC: consolidated isotropic undrained triaxial compression test

5. ANALYSE DE FIABILITÉ

Le pieu foré isolé considéré dans cette analyse est un pieu en béton armé soumis à une charge axiale de compression $Q_v = 400 \text{ kN}$. Le pieu, d'un diamètre (D) constant de $0,9 \text{ m}$ et de longueur 16 m , est ancré dans un sol bicouche constitué d'une couche d'argile reposant sur une couche de sable. La profondeur d'ancrage dans la couche de sable est $L_s = 10 \text{ m}$. Le rapport de la longueur critique et du diamètre est $L_{cr}/D = 7$, le facteur β_f de la pression latérale des terres et de l'angle de frottement interne du est $\beta_f = 0.1$. Le facteur α d'adhérence est $\alpha = 0.55$.

Le facteur de sécurité global FS (eq. 12) calculé en utilisant une approche traditionnelle du modèle de Vesić est pour l'exemple considéré de $FS=1,56$.

$$FS = \frac{Q_u}{Q_v} \quad (12)$$

Plusieurs analyses ont été effectuées pour étudier les variations de l'indice de fiabilité obtenues par les méthodes, FOSM, FORM, SORM, et SMC à différents niveaux d'incertitudes attribués aux paramètres. Les variations de l'indice de fiabilité en fonction du coefficient de variation d'une des variables aléatoires sont obtenues en modifiant le coefficient de variation et en conservant une moyenne constante de la variable en considération, les covariances des autres facteurs sont fixées arbitrairement à une valeur de 10%. Les valeurs moyennes des paramètres aléatoires indépendants utilisés dans cette analyse de fiabilité de la capacité portante d'un pieu isolé sont données au tableau 2.

Tableau 2 : Paramètres aléatoires et valeurs moyennes considérés dans l'analyse probabiliste

Paramètre	Symbol	Valeur moyenne
Angle de frottement effectif de sable	ϕ'	30°
Cohésion non drainée de la couche d'argile	C_u	15 kN/m^2
Poids volumique effectif de la couche d'argile	γ_c	10 kN/m^3
Poids volumique effectif de la couche de sable	γ_s	12 kN/m^3
Charge verticale	Q_v	400 kN

Dans cette étude, deux formulations de la méthode SORM, utilisable pour les surfaces d'état limite ayant des courbures de signes contraires, nommées SORMCai (Cai, 1994) et SORMZhao (Zhao, 1999) sont considérées. En utilisant la fonction de performance définie par l'équation (12) et la technique de simulation de Monte Carlo, l'indice de fiabilité peut être calculé de deux façons, la première en considérant les statistiques de la fonction de performance (SMCS), et la deuxième en comptant les échecs dans les différents cycles de simulation (SMCC). Le nombre de cycles considérés dans cette étude est de 100 000 cycles.

$$g(x_1, \dots, x_n) = Q_u - Q_v \quad (13)$$

Les figures 2 à 6 synthétisent les résultats obtenus, desquelles les observations suivantes ont été obtenues:

Figure 2 : Variation de l'indice de fiabilité β en fonction de la Cov de ϕ' .
(a) distribution normale, (b) distribution lognormale.

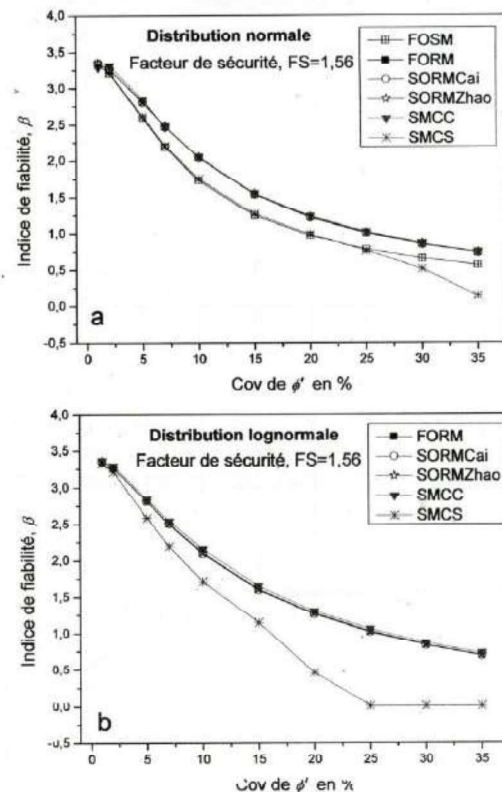


Figure 3 : Variation de l'indice de fiabilité β en fonction de la Cov de C_u .
(a) distribution normale, (b) distribution lognormale.

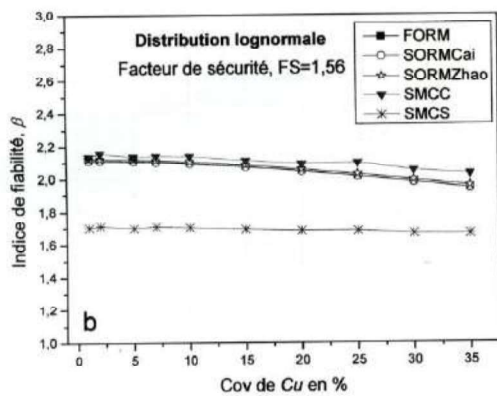
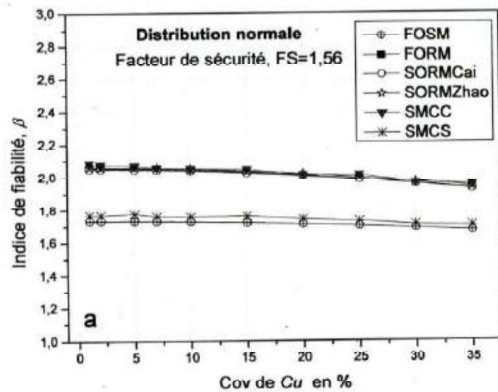


Figure 4 : Variation de l'indice de fiabilité β en fonction de la Cov de γ_c .
(a) distribution normale, (b) distribution lognormale.

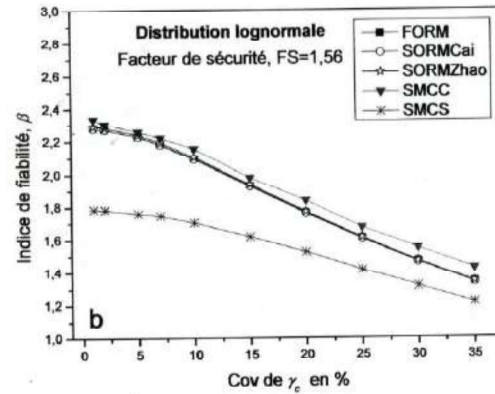
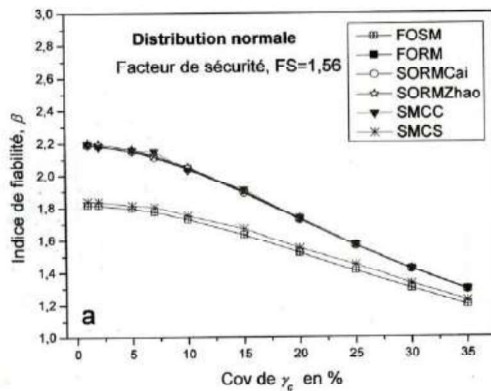


Figure 5 : Variation de l'indice de fiabilité β en fonction de la Cov de γ_s .
(a) distribution normale, (b) distribution lognormale.

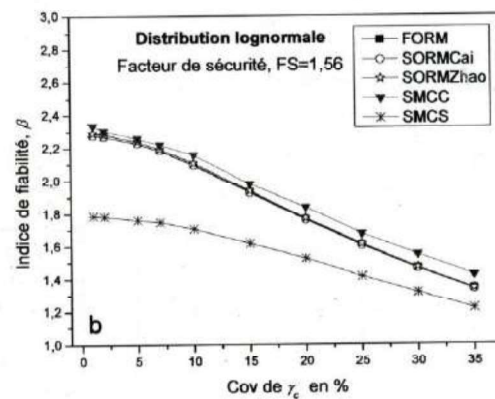
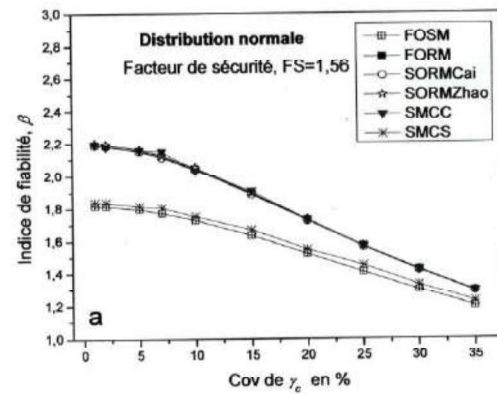
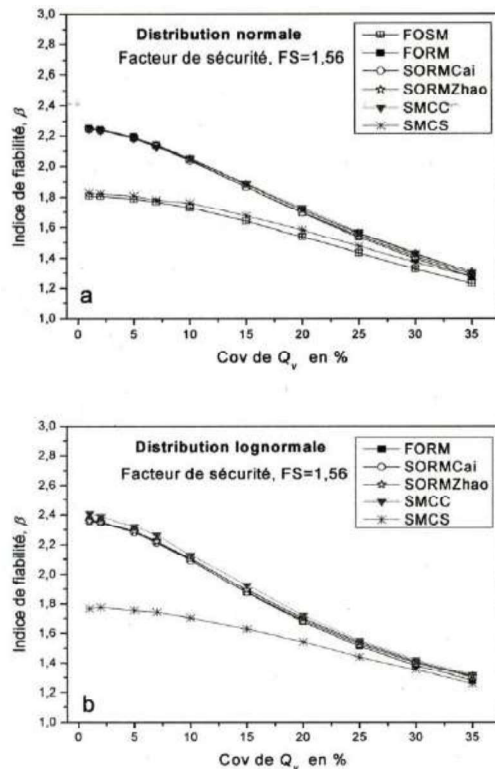


Figure 6 : Variation de l'indice de fiabilité β en fonction de la Cov de Q_v .
(a) distribution normale, (b) distribution lognormale.



- Les méthodes FORM, SORM, et MCSC donnent des résultats très proches, même lorsque la fonction d'état limite est non linéaire ou lorsqu'on attribue à une variable un coefficient de variation supérieur à 15% (CRMRMGE). Les résultats obtenus par les méthodes FORM et SORM et ceux obtenus par la méthode SMCC qui n'impose aucune restriction sur la variabilité des paramètres montre que, dans certains cas, on peut affecter un fort coefficient de variation aux paramètres dans une analyse de fiabilité avec FORM/SORM sans que l'erreur soit significative.
- La méthode Second Order Reliability Method (SORM) utilise les termes de second degré de la série de Taylor. La difficulté de calcul est plus grande, et l'amélioration de la précision n'est pas toujours en adéquation avec l'effort de calcul supplémentaire. Les exemples numériques présentés prouvent que la précision fournie par la méthode First Order Reliability Method (FORM) est suffisante pour des applications pratiques.
- La technique de simulation de Monte Carlo a l'avantage de la simplicité conceptuelle, mais elle exige un grand nombre de tirage – 100 000 tirages dans notre cas – de la fonction d'état limite pour avoir une précision satisfaisante.

Les exemples numériques montrent que les indices de fiabilité obtenus à partir des statistiques de la fonction d'état limite et des méthodes de comptage d'échecs sont tout à fait différents. Dans beaucoup de situations la méthode SMCC est plus précise que la méthode SMCS.

- Pour de faibles valeurs de covariances des paramètres de distributions normales, les méthodes FORM et MCSS donnent des résultats très proches.

L'étude paramétrique nous a permis d'identifier les variables les plus sensibles aux variations de leurs covariances. Cette étude a montré que l'angle de frottement interne du sol est la variable la plus significative, cette dominance est d'une importance similaire indépendamment de la loi de distribution des paramètres. En outre, on remarque qu'une grande valeur du facteur de sécurité peut s'avérer non représentative par la présence des grandes incertitudes dans l'environnement de l'ouvrage résultant en une forte probabilité de rupture ou un niveau de risque élevé.

6. CONCLUSION

Cette étude paramétrique de l'analyse probabiliste d'un pieu foré isolé, nous a permis d'évaluer les effets d'incertitudes de paramètre de conception sur l'indice de fiabilité; et d'obtenir les conclusions suivantes :

- La pratique traditionnelle de conception des fondations qui utilise des facteurs de sécurité peut être fallacieuse. Des pieux conçus avec de grands facteurs de sécurité ne sont pas exempts du risque de rupture en particulier si les incertitudes sur les paramètres de conception sont grandes.
- Les analyses de fiabilité fournissent un cadre logique pour incorporer les incertitudes dans les processus de conception, et permettent d'améliorer la perception du risque dans les méthodes de conception traditionnelles.
- Pour la fonction d'état limite considérée dans l'analyse probabiliste, l'indice de fiabilité dépend fortement de l'angle de frottement interne du sol et de la charge verticale, et pratiquement peu de la cohésion non drainée.
- La méthode First Order-Second Moment (FOSM) induit des erreurs significatives qui peuvent compromettre le jugement de l'ingénieur. Cette méthode doit être abandonnée en faveur d'une autre méthode plus robuste.
- Les exemples numériques présentés montrent que la précision fournie par la méthode de First Order Reliability Method (FORM) est suffisante pour des applications pratiques en géotechnique.
- La technique de simulation de Monte Carlo a l'avantage de la simplicité conceptuelle, mais elle exige un grand nombre de simulations. Avec les avancées technologiques en informatique, le temps nécessaire pour accomplir le requis grand nombre de simulations peut ne plus constituer un problème.

7. RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Baecher, G.B & Christian, J.T. 2003. Reliability and statistics in geotechnical engineering. John Wiley (ed.).
- Becker, D.E. 1996. Eighteenth Canadian geotechnical colloquium: limit states design for foundations. Part II. Development for the national building code of Canada. *Canadian geotechnical journal* 984 – 1007.
- Cai, G.Q & Elishakoff, I. 1994. Refined second order reliability analysis. *Structural Safety* 14 (4):267-276.
- CRMRMGE 1995. Probabilistic methods in geotechnical engineering. Appendix C, *National Research Council*. Washington, DC.
- Duncan, J. M. 2000. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. 126(4), 307–316.
- Kulhawy, F.H & Phoon, K.K. 2002. Observation on geotechnical reliability-based design development in North America. Proceedings of Foundation Design Codes and Soil Investigation in View of International Homogenization and Performance, Kamakura, Japan, pp. 31-48.
- Haldar, A & Mahadevan, S. 2000. Reliability assessment using stochastic finite element analysis. John Wiley (ed.).
- Melchers, R. 1999. Structural reliability analysis and prediction. John Wiley (ed.).
- NCHRP. 2004. Load and resistance factor design for deep foundations. Transportation research board of the national academies
- USACE 1992. Bearing capacity of soils. Engineering Manual No. 1110-1-1905. *Department of the army*, Washington, DC.
- Zhao, Y.G & Ono, T. 1994. New Approximations for SORM: Part 1. *Journal of Engineering Mechanics* 125 (1):86-93.